



Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет»
Математический факультет

**Интеллектуальный конкурс на кубок Главы города Челябинска
«Олимпиада по математике, информатике и криптографии
имени академика А.М. Ильина»**

7-8 классы

Максимальное количество баллов – 21

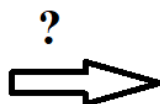
Заключительный тур

1. **(4 балла)** Студент Василий прогуливался около университета и заметил, что вдоль дороги припарковано 55 машин. Среди них — 20 черных, 10 белых и 10 зеленых легковых машины, остальные – грузовики. Также Василий заметил, что никакие две легковые машины разного цвета не стоят рядом. Докажите, что тогда какие-то три легковые машины, стоящие подряд, одного цвета.

ОТВЕТ: У нас есть 40 легковушек и 15 грузовиков. По условию, рядом с легковушкой может стоять либо легковушка того же цвета, либо грузовик. Чем больше легковушек будут стоять парами, тем меньше понадобится грузовиков. Но пар легковушек всего 20, а на их «окружение» понадобится 19 грузовиков. Если легковушки стоят не обязательно парами, то грузовиков понадобится еще больше. Но грузовиков по условию всего 15, значит поставить можно только 16 пар легковых машин. Значит рядом должны стоять три одинаковых легковушки.

2. **(3 балла)** У студента Василия есть табличка с числами. Студент Василий может менять местами две строчки или два столбца в своей табличке. Сможет ли у него в итоге получится указанная табличка? Почему?

1	8	4
2	9	7
3	5	6



1	5	9
8	6	2
3	7	4

ОТВЕТ: Нет, потому что при перемене двух строк местами, так и при перемене двух столбцов, местами числа 1 и 8 остаются в одной строке. Во второй таблице это не так, поэтому получить её у студента Василия не удастся. Аналогичные рассуждения можно провести с другими парами цифр.

3. **(5 баллов)** Буквами А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К зашифровывают цифры от 0 до 9 в каком-то порядке. За один вопрос можно узнать буквенное значение суммы каких-либо букв. Например, если спросить «Д + З = ?», то в случае, когда Д = 9, З = 1, А = 0, ответом будет «Д + З = 3А», а ответом на вопрос «А + А = ?» будет «А + А = А». Как можно за пять таких вопросов определить, какие буквы каким цифрам соответствуют?

ОТВЕТ: Сумма всех десяти цифр равна 45. Поэтому, назвав все десять букв, мы узнаем, какими буквами зашифрованы цифры 4 и 5. Исключив эти буквы и спросив про сумму остальных восьми, мы узнаем, как зашифрованы цифры 3 и 6. В каждом следующем вопросе так же будем спрашивать про сумму еще не расшифрованных букв. В результате после третьего вопроса узнаем, какими буквами зашифрованы 2 и

7, после четвёртого – 1 и 8 и, наконец, после пятого узнаем, какой из оставшихся букв зашифрована цифра 9, а какой 0.

4. (4 балла) Студент Василий разработал удобную систему нумерации студентов и уже занумеровал своих одноклассников. У него получилось:

Студент	Номер
Анна	411
Григорий	8411
Екатерина	961
Михаил	61413
Яна	3331

А какой номер студент Василий присвоил бы себе?

ОТВЕТ: 7311.

5. (5 баллов) Имеется следующее равенство:

$$4_{10} \cdot 11_x + 21_y = 27_8$$

Здесь x и y – основания некоторых систем счисления, причем $x \neq y$. Определите количество пар x и y , которые могут являться решением данного уравнения.

ОТВЕТ: Одна пара (2, 5).